材料力學講義

第　四　回

504760-4

社團法人 考友社 出版發行

第八講　複合負荷分析

命 題 重 點

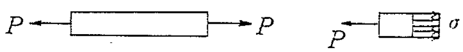
一、前　言

對於結構體在承受單一型態之負荷下，其內部所感應之應力分析，已於前幾講中分別討論。但是於實際狀況，構件所承受之負荷通常是由幾種不同型式之載重同時作用，因此其內部將會有各種型式之感應應力或應變，而由前章應力應變分析，可得到所謂的合成應力（ composite stresses ），而據此得以從事構件之設計。

分析前，就前幾講結果，作一整理如下：

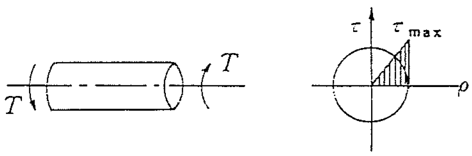
(1)軸向負荷

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8\text{-}1)$$



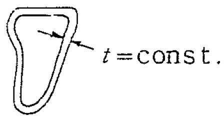
(2)扭矩負荷

$$\tau = \frac{T}{J} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8\text{-}2)$$



(3)薄壁管

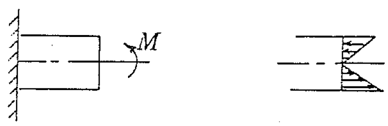
$$\tau = \frac{T}{2A_m t} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8\text{-}3)$$



若非等厚度，則 $\tau_{max} = \dfrac{T}{2A_m t_{min}}$

(4)彎矩作用

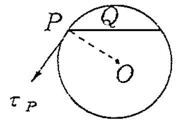
$$\sigma = \frac{My}{I} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8\text{-}4)$$



(5)剪力作用

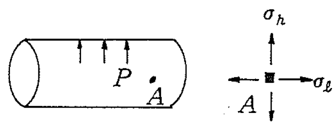
$$\tau = \frac{VQ}{It} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8\text{-}5)$$

或 $\tau_p = \dfrac{4V}{3\pi r^3}\sqrt{r^2 - y^2} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8\text{-}6)$



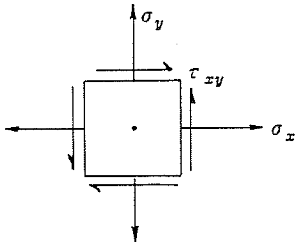
(6)薄壁容器

$$\sigma_\ell = \frac{pr}{2t} \quad 且 \quad \sigma_h = \frac{pr}{t} \cdots\cdots\cdots\cdots (8\text{-}7)$$



或 $$\frac{\sigma_1}{r_1} + \frac{\sigma_2}{r_2} = \frac{p}{t} \cdots\cdots\cdots\cdots (8\text{-}8)$$

(7)若考慮重點為平面應力且利用重疊原理觀念，可合成構件中任一點之應力態為



(8)欲得某點之最大主應力及最大剪應力有二個方法：

(i)使用公式（不必找出其發生之方位時）。

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \cdots\cdots\cdots\cdots (8\text{-}9)$$

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdots\cdots\cdots\cdots (8\text{-}10)$$

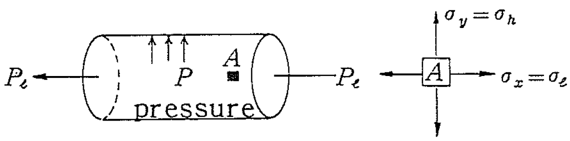
(ii)使用莫耳圓分析法（須求得其方位所在時）。

二、外加負荷下之壓力容器

(1)軸向負荷下之壓力容器，A點之應力態為

$$\sigma_x = \sigma_\ell = \frac{Pr}{2t} + \frac{P_\ell}{A_s}$$

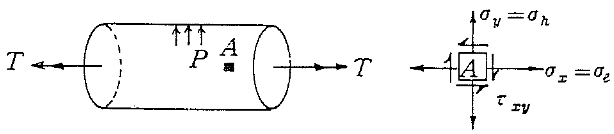
$$\sigma_y = \sigma_h = \frac{Pr}{t}$$



(2)扭矩作用下之壓力容器，A點之應力態為

$$\sigma_x = \sigma_\ell = \frac{Pr}{2t}$$

$$\sigma_y = \sigma_h = \frac{Pr}{t}$$



$$\tau_{xy} = \frac{T}{2A_m t} \text{ or } \frac{Tr}{J}$$

精 選 試 題

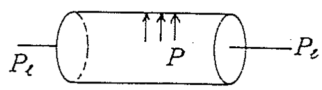
1. 一實心軸（ Shaft ），同時受扭矩T及彎矩M作用時，試以T、M及軸之直徑d表示出最大正應力σ_{max}及最大剪應力τ_{max}。若$T=1200$ $N \cdot M$及$M=900$ $N \cdot M$而$\sigma_w \leq 100$ MPa ，$\tau_w \leq 70$ MPa 時，試求軸之最大直徑d為若干？

答：$\sigma_{max}=\dfrac{16}{\pi d^3}(M+\sqrt{M^2+T^2})$

$$\tau_{max}=\frac{16}{\pi d^3}\sqrt{M^2+T^2}$$

$d=4.96$ cm

2. 內徑為r之薄壁圓筒容器，同時承受內氣壓P及軸向負荷P_ℓ欲使筒壁產生純剪力狀態，則P_ℓ大小為何？



答：$\sigma_x=\sigma_\ell=\dfrac{Pr}{2t}+\dfrac{P_\ell}{2\pi rt}$ ……………(a)

$\sigma_y=\sigma_c=\dfrac{Pr}{t}$ ……………………………(b)

純剪條件為$\sigma_x=-\sigma_y$ ………………(c)

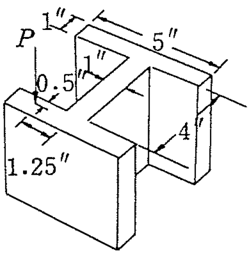
(a)及(b)代入(c)，則

$\dfrac{Pr}{2t}+\dfrac{P_\ell}{2\pi rt}=-\dfrac{Pr}{t}$ $\Rightarrow P_\ell=-3P\pi r^2$（壓力）

3. 壓應力$\sigma_{comp}=18$ ksi

拉應力$\sigma_{ten}=10$ ksi

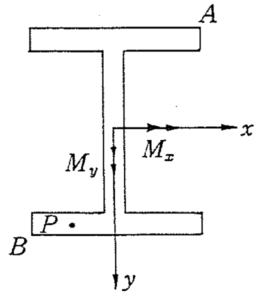
求$P_{max}=$？



答：(1)偏心負荷P可視為有P作用於形心C點上，同時有力矩

$M_x = P \times 2.5 = 2.5P$

$M_y = P \times 1.25 = 1.25P$



(2)斷面參數

$A = 2 \times 5 \times 1 + 4 \times 1 = 14 \text{ in}^2$

$I_x = \frac{1}{12} \times 1 \times 4^3 + 2 \times \left[\frac{1}{12} \times 5 \times 1^3 + 5 \times 2.5^2 \right]$

$= 68.67 \text{ in}^4$

$I_y = \frac{1}{12} \times 4 \times 1^3 + 2 \times \left[\frac{1}{12} \times 1 \times 5^3 \right] = 21.17 \text{ in}^4$

(3)最大拉應力 σ^+_{max} 發生於 A 點爲

$$\sigma^+_{max} = -\frac{P}{A} + \frac{M_x \cdot 3}{I_x} + \frac{M_y \cdot 2.5}{I_y}$$

$$= -\frac{P}{14} + \frac{2.5P \times 3}{68.67} + \frac{1.25P \times 2.5}{21.17}$$

$$= 0.185P$$

由 $\sigma^+_{max} = 0.185P \le \sigma_{tan} = 10 \text{ ksi} \quad \Rightarrow P \le 54050 \ \ell b$

最大壓應力 σ^-_{max} 發生於 B 點爲

$$\sigma^-_{max} = -\frac{P}{A} - \frac{M_x \times 3}{I_x} - \frac{M_y \cdot 25}{I_y}$$

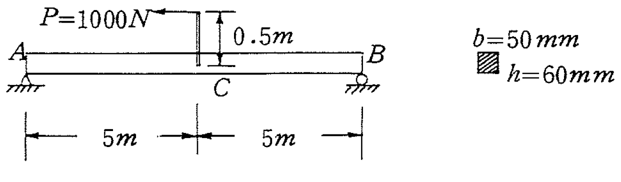
$$= -\frac{P}{14} - \frac{2.5P \times 3}{68.67} - \frac{1.25P \times 2.5}{21.17}$$

$$= 0.328P$$

由 $\sigma^-_{max} = 0.328P \le \sigma_{comp} = 18 \text{ ksi} \quad \Rightarrow P \le 54880 \ \ell b$

所以 $P_{max} = \min(54050, 54880) = 54050 \ \ell b$

4. 具矩形剖面之簡支樑，負荷如圖所示，試求樑中最大拉應力及壓應力。



答：①先求 A 及 B 之反力

$\Sigma F_x = 0 \quad \Rightarrow A_x = P = 1000 \text{ N}$