# 普通物理學講義

第　二　回

107100-2

社團法人 考友社 出版發行

# 普通物理學講義　第二回

## 目錄

# 第四講　功與能

## 命題重點

一、功的概念
二、變力所作的功
三、功率
四、能
五、功能
六、位能
　㈠重力位能
　㈡彈性位能
　㈢位能與保守力
七、能量守恆原理及其應用
　㈠力學能守恆
　㈡力學能和非保守力
　㈢能量守恆原理

# 重點整理

## 一、功的概念

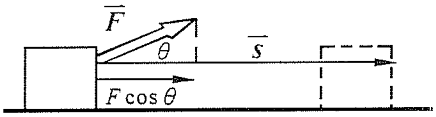
如圖 (一) 所示，功的定義如下：當物體受外力作用的期間，產生了位移，將此施力 $\overline{F}$ 沿位移方向上的分量和位移 $\overline{s}$ 的乘積，稱為功，以符號 $W$ 表示，則：

功＝（施力在位移方向上的分量）×（位移的大小）

或 $W=(F\cos\theta)s=Fs\cos\theta$ （1）

上式中 $\theta$ 表示力與位移之方向的夾角。力與位移均為向量，除了有大小外，也有方向，而功為純量，只有大小，沒有方向性。以向量的形式，可將（1）式寫為較簡潔的純量積，即：

$W=\overline{F}\cdot\overline{s}$ （2）




圖(一)　功的定義

由功的定義可知，力對物體有沒有作功，須視力、位移、及其夾角的大小而定。

力對物體作功，可為正功，亦可為負功。當力與位移的夾角 $\theta$ 的範圍為 $0°\leq\theta<90°$ 時，亦即施力在位移方向上的分力與位移方向相同時，力對物體作正功。當夾角 $\theta$ 的範圍為 $90°<\theta\leq180°$ 時，亦即施力在位移方向上的分力與位移方向相反時，力對物體作負功。如果一物體同時受到數力的作用，則此數力對物體所作的淨功，為此數力個別對物體所作之功的代數和。

功的單位可由力的單位和位移的單位導出，在 SI 制中，我們定義以 1 牛頓的力作用於物體，使其沿力的方向移動 1 公尺所作的功，稱為 1 牛頓・公尺或 1 焦耳(J)。在 CGS 制中，我們定義以 1 達因的力作用於物體，使其沿力的方向移動 1 公分所作的功，稱為 1 耳格(erg)，即：

1 焦耳＝1 牛頓・公尺

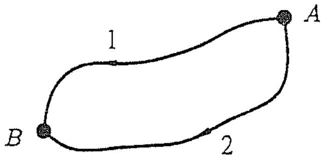
1 耳格＝1 達因・公分

1 焦耳＝$10^7$ 耳格 （3）

在原子尺度中，功有一個較小的單位是電子伏特(eV)，其與焦耳的大小關係為：

$$1\ \text{電子伏特} = 1.60 \times 10^{-19}\ \text{焦耳} \qquad (4)$$

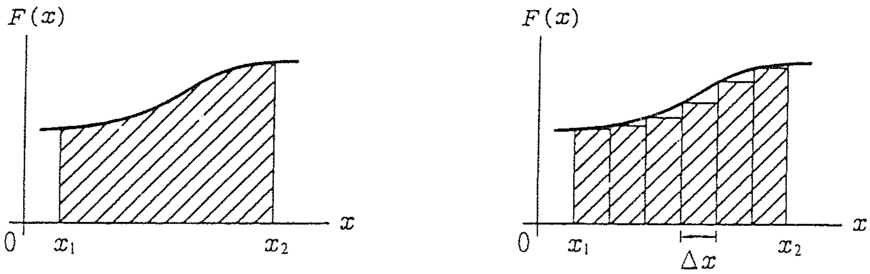
如圖(二)所示，物體由 $A$ 至 $B$ 可循著不同的路徑移動，但重力對物體所作的功均相同。一力作用在物體上，使其在兩點間移動時，若此力對物體所作的功與物體所經的路徑無關，則此力稱為保守力。除重力外，彈力、電力、磁力亦均為保守力。而空氣阻力、摩擦力所作的功與物體所經的路徑有關，則稱為非保守力。




圖(二)　保守力所作的功與所經的路徑無關

## 二、變力所作的功

當物體所受的外力不是定值時，不能再以( 4 )式來計算此變力所作的功，必須引入積分的觀念。設物體受到沿 $x$ 方向的變力 $F(x)$作用，而在 $x$ 方向作直線運動，圖(三)(a) 為變力對位置的關係圖，現在來計算此變力將物體由 $x_1$ 移到 $x_2$ 時所作的功。




(a)變力對位置的關係圖　　(b)分割位移為小區間

圖(三)

首先將總位移分為 $n$ 個很小的區間 $\Delta x_i$，如圖(三)(b) 所示，當 $\Delta x_i$ 取的足夠小時，在這區間內的作用力 $F_i$ 幾乎為定值，此力在 $\Delta x_i$ 位移內所作微量的功為：

$$\Delta W_i = F_i \Delta x_i \qquad (5)$$

再將變力在所有小位移內所作微量的功加起來，可得總功為：

$$W = F_1 \Delta x_1 + F_2 \Delta x_2 + \cdots + F_n \Delta x_n = \Sigma F_i \Delta x_i \qquad (6)$$

# 精選試題

一、一輛1000 kg的汽車於水平路上以 60 km/h 之速率行駛。施用剎車對車作了 $7 \times 10^4$J的功，求：

(一) 車之末速。

(二) 要使車停住，還需剎車作多少功？

答：(一)車子原有的動能 $K_0$

$$K_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}(1000\ \text{kg})\left(60 \times 10^3 \times \frac{1}{3600}\ \text{m/s}\right)^2$$

$$= 1.4 \times 10^5\ \text{J}$$

因剎車所作的功爲負功，其大小爲

$$W = -7 \times 10^4\ \text{J}$$

假設車子最後的動能爲 $K$，由功能定理

$$W = \Delta K = K - K_0$$

或 $$-7 \times 10^4\ \text{J} = K - 1.4 \times 10^5\ \text{J}$$

得 $$K = 7 \times 10^4\ \text{J} = \frac{1}{2}mv^2$$

其中 $v$ 爲車子之末速，因此

$$v = 12\ \text{m/s} = 42\ \ \text{km/h}$$

(二)要使車子停住，其末動能爲零，因此還需作功

$$W = -7 \times 10^4\ \text{J}$$

二、一 5 N之力作用於靜止之物體上，其質量為 15 kg，求：

(一) 在第一、第二、第三秒內此力所作之功。

(二) 第三秒末此力所施之瞬時功率。

答：(一)由牛頓第二運動定律 $F = ma$，可以得到物體所受的加速度

$$a = \frac{F}{m} = \frac{5\ \text{N}}{15\ \text{kg}} = \frac{1}{3}\text{m/s}^2$$

當 $t_1 = 1$ s時，物體的速率是 $v_1$

$$\nu_1 = \nu_0 + at_1 = 0 + \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}\ \mathrm{m/s}$$

因此，在第一秒內，此力所作的功爲

$$W = \Delta K = \frac{1}{2}\mathrm{m}(\nu_1^2 - \nu_0^2) = \frac{1}{2}(15\ \mathrm{kg})\left[\left(\frac{1}{3}\ \mathrm{m/s}\right)^2 - 0\right] = \frac{5}{6}\ \mathrm{J}$$

當 $t = 2$ s時，物體之速度爲 $\nu_2$。

且 $$\nu_2 = \nu_0 + at = 0 + \left(\frac{1}{3}\ \mathrm{m/s^2}\right)(2\ \mathrm{s}) = \frac{2}{3}\ \mathrm{m/s^2}$$

因此物體在第二秒內的動能變化爲

$$\Delta K = \frac{1}{2}\mathrm{m}(\nu_2^2 - \nu_1^2) = \frac{1}{2}(15\ \mathrm{kg})\left[\left(\frac{2}{3}\ \mathrm{m/s}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\ \mathrm{m/s}\right)^2\right] = \frac{5}{2}\ \mathrm{J}$$

由功能定，在第 2 秒內所作的功

$$W = \Delta K = \frac{5}{2}\ \mathrm{J}$$

當 $t = 3$秒時，物體的速度爲 $\nu_3$且

$$\nu_3 = \nu_0 + at = 0 + \left(\frac{1}{3}\ \mathrm{m/s^2}\right)(3\ \mathrm{s}) = 1\ \ \mathrm{m/s}$$

物體在第 3 秒內的動能變化爲

$$\Delta K = \frac{1}{2}\mathrm{m}(\nu_3^2 - \nu_2^2) = \frac{1}{2}(15\ \mathrm{kg})\left[(1\ \mathrm{m/s})^2 - \left(\frac{2}{3}\ \mathrm{m/s}\right)^2\right] = \frac{25}{6}\ \mathrm{J}$$

由功能定理，在第 3 秒內所作的功爲

$$W = \Delta K = \frac{25}{6}\ \mathrm{J}$$

(二)由(一)知第三秒末之速度爲

$$\nu_3 = 1\ \mathrm{m/s}$$

因此在第 3 秒末的瞬時功率爲

$$P = F\nu_3 = (5\ \mathrm{N})(1\ \ \mathrm{m/s}) = 5\ \ \mathrm{W}$$

三、如右圖所示，一質量為$m$的木塊，在未受彈力作用時以$\nu_0$向左前進，當其移動 $l$ 距離之後停下來， $k$為彈簧的力常數，$\mu_k$為桌面與木塊之間的動摩擦係數。當木塊移動 $l$ 距